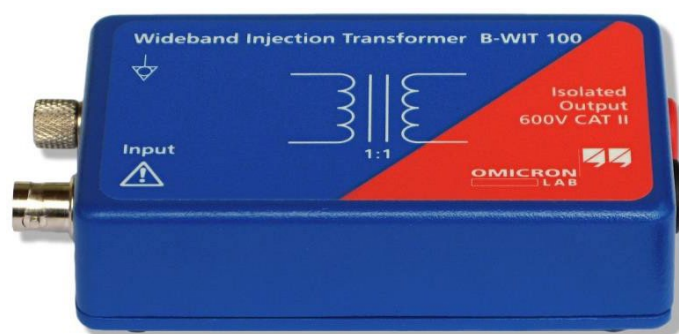


# Bode 100 – インフォメーションノート

## ループゲイン測定

Bode 100 と B-WIT 100 を用いた  
電圧インジェクション法



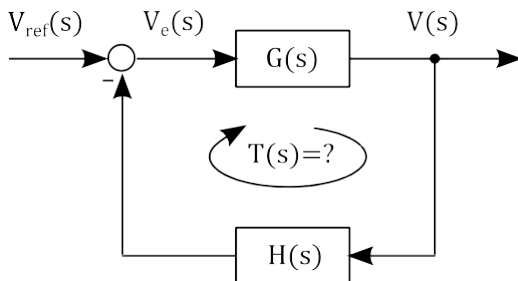
By Florian Hämmerle

© 2017 by OMICRON Lab – V1.1

Visit [www.omicron-lab.com](http://www.omicron-lab.com) for more information. Contact [support@omicron-lab.com](mailto:support@omicron-lab.com) for technical support.

## 1 はじめに

負帰還は、望ましい出力を制御するために、制御システムで一般的に用いられています。下図は、負帰還を持つ単純なシステムのブロック図を示しています。



出力信号、すなわち電圧  $V(s)$  は、基準電圧  $V_{ref}(s)$  と次の関係により一致します。

$$G_{CL}(s) = \frac{V(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{G(s)}{1 + T(s)}$$

これは一般に「閉ループ伝達関数」  $G_{CL}(s)$  と呼ばれます。また、 $T(s)$  は「ループゲイン」と呼ばれます。ループゲインとは、ループ内に存在するすべてのゲインの積であり、この場合は  $T(s) = H(s)G(s)$  となります。

ループゲインが分かれば、ナイキストの安定判別法を適用することで、閉ループ系全体の安定性を評価できます。安定性の評価は、たとえば位相余裕やゲイン余裕を測定したり、ループゲインのナイキスト線図を確認したりすることで行われます。

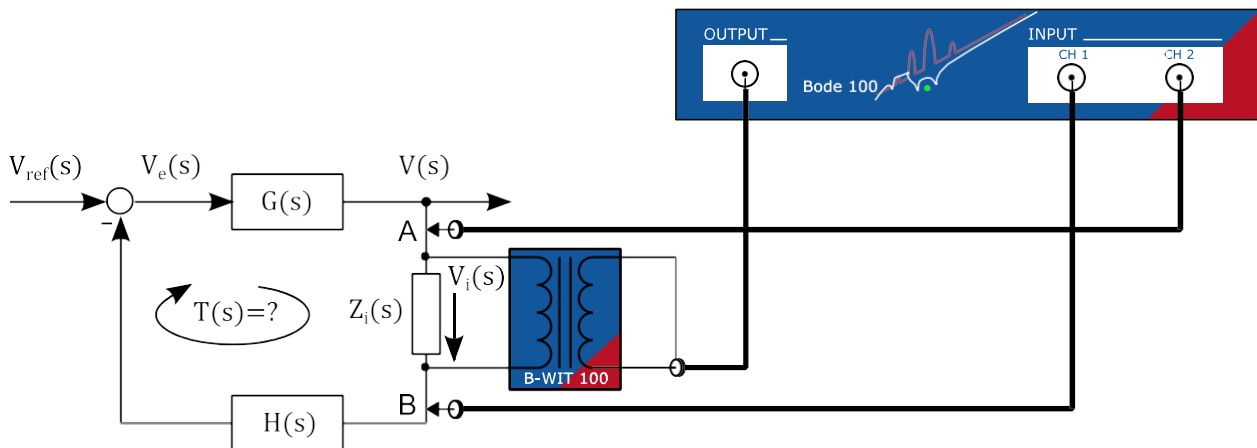
システムのループゲインは、システムのモデルから導き出すことができます。しかし、モデルはすべての寄生成分や望ましくない影響を完全には考慮できないため、フィードバックシステムのループゲインを実測して設計を検証することが、優れたエンジニアリング手法とされています。

## 2 ループゲインの測定

電子回路のフィードバックシステム(たとえば DC-DC コンバータや電圧レギュレータ)において、ループゲインを測定する実用的な手法のひとつが 電圧インジェクション法(Middlebrook, 1975)です。電圧インジェクション法の理論的な導出については次の章で示します。続く章では、この電圧インジェクション法を実際にどのように適用するか、また正しい結果を得るためにどのような点に注意すべきかを説明します。

適切なインジェクショントランスを使用することで、フィードバックループの適切な注入点にテスト電圧を注入することができます。その後、ループの応答をベクトルネットワークアナライザまたは周波数応答アナライザを用いて測定します。

次の図は、フィードバックシステムのループゲインを測定するための基本的な測定構成を示しています。まず、適切なインジェクション・ポイントにインジェクション抵抗  $Z_i(s)$  をフィードバックループ内に挿入します。この抵抗は、挿入してもシステムの動作を変化させないような値に選定する必要があります。電圧レギュレータや DC/DC コンバータの場合、10  $\Omega$  程度が一般的に適した値です。インジェクショントランスはこのインジェクション抵抗と並列に接続され、テスト電圧  $V_i(s)$  を抵抗に印加できるようにします。これによって、システムの DC 動作点を変化させることなくテスト電圧を注入することが可能になります。

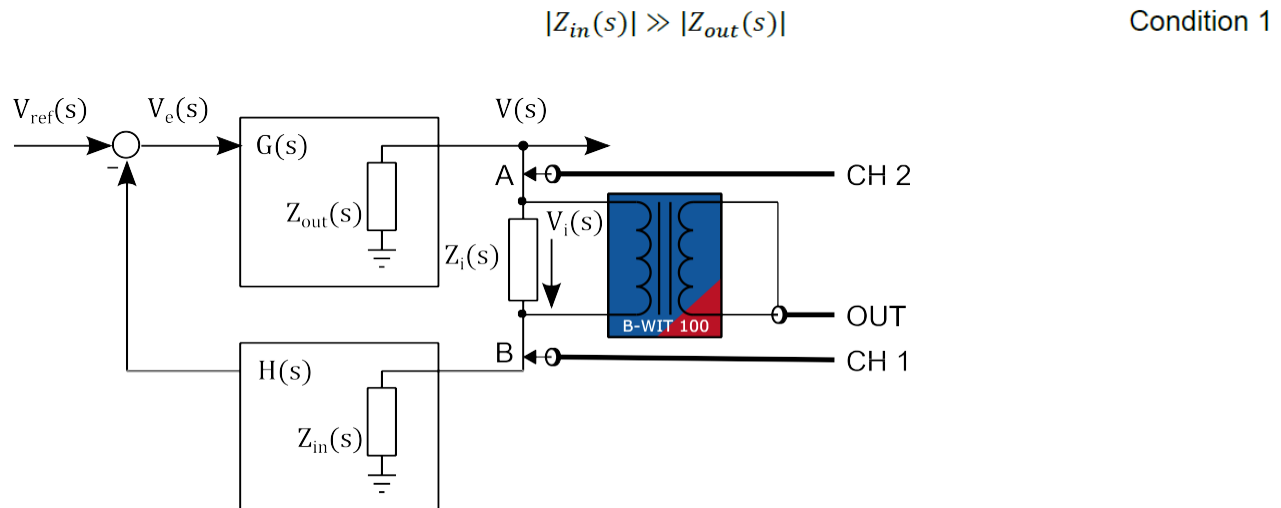


アナライザの入力は、同軸ケーブルまたは電圧プローブを用いて、インジェクション抵抗の両端に接続されます。その後、A 点から B 点までの複素電圧ゲインを測定することで、ループゲインを求めます。

$$T_v(s) = \frac{V_{CH2}(s)}{V_{CH1}(s)}$$

ここで、 $T_v$  は測定されたループゲインを表し、 $V_{CH1}$  および  $V_{CH2}$  は、それぞれ B 点の測定電圧 ( $V_{CH1}$ ) と A 点の測定電圧 ( $V_{CH2}$ ) です。

測定されたループゲイン  $T_v(s)$  は、フィードバックループの前方方向を見たインピーダンス  $Z_{in}(s)$  が、インジェクション・ポイントから後方方向を見たインピーダンス  $Z_{out}(s)$  より十分に大きい場合、「実際の」ループゲインにおおよそ等しくなります。



実測されたループゲインが実際のループゲインにおおよそ等しくなるために満たすべき2つ目の条件は、以下のとおりです。

$$|T(s)| \gg \left| \frac{Z_{out}(s)}{Z_{in}(s)} \right| \quad \text{Condition 2}$$

適切なインジェクション・ポイントを選択し、両方の条件を満たすことが非常に重要です。

1つ目の条件である  $|Z_{in}| \gg |Z_{out}|$  は、通常インピーダンスが低い特性を持つ電圧レギュレータの出力において、しばしば満たされます。その他の適切なインジェクション・ポイントとしては、一般にオペアンプ入力のような高インピーダンス点が挙げられます。

2つ目の条件は確認がより難しくなります。特に、クロスオーバー周波数より高い領域でのループゲインが小さい場合には、注意深く確認する必要があります。

また、インジェクション電圧の大きさは、サチュレーションや非線形性など、測定結果に影響を与える大信号効果を避けるために、小さく抑える必要があります。

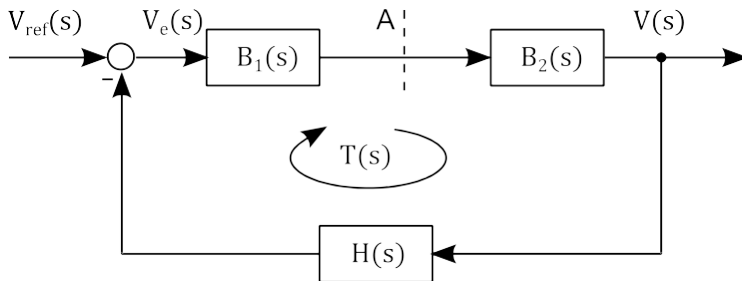
インジェクション抵抗の値は、十分に小さい値であれば、測定結果に直接的な影響を及ぼしません。最適な周波数応答を得るために、B-WIT 100 と組み合わせて  $10\Omega$  の抵抗を使用することが推奨されています。

次に、これら 2つの条件の導出を示します。

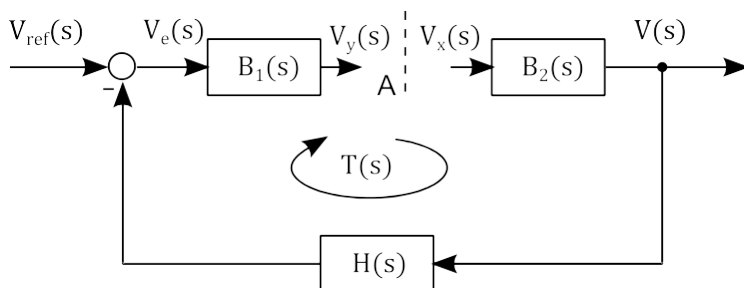
$$|Z_{in}(s)| \gg |Z_{out}(s)| \text{ and } |T(s)| \gg \left| \frac{Z_{out}(s)}{Z_{in}(s)} \right| \text{ is shown according to (Erickson \& Maksimovic, 2001).}$$

### 3 電圧インジェクションの方法

一般に、下図に示すようなフィードバックシステムのループゲイン  $T(s)$  は、フィードバックループ内の適切な点 A (2つのブロックが電氣的に接続されている場所) でループを開放することにより測定できます。



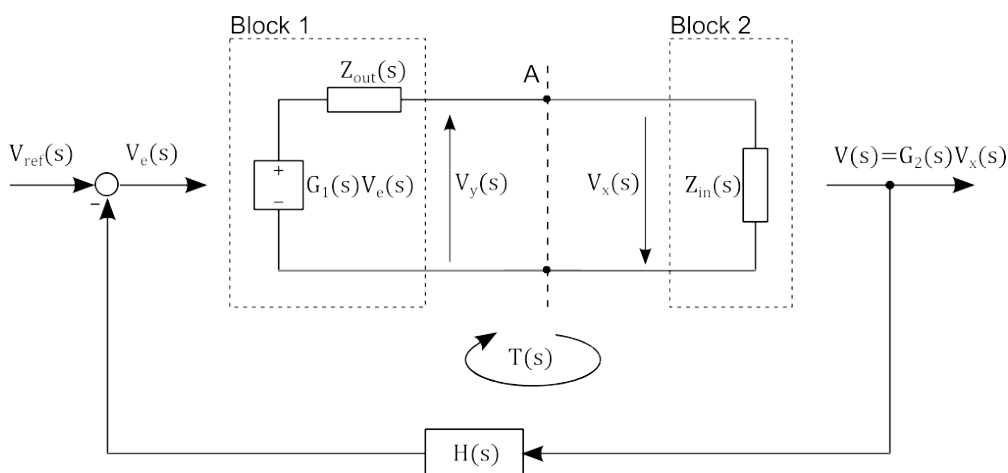
注入点 A の後ろ側にテスト電圧  $V_x(s)$  を加えると、インジェクション・ポイントの前側には応答電圧  $V_y(s)$  が生じます。



測定されたループゲインは、次式で示される  $T_m$  に等しくなります：

$$T_m(s) = \frac{V_y(s)}{V_x(s)}$$

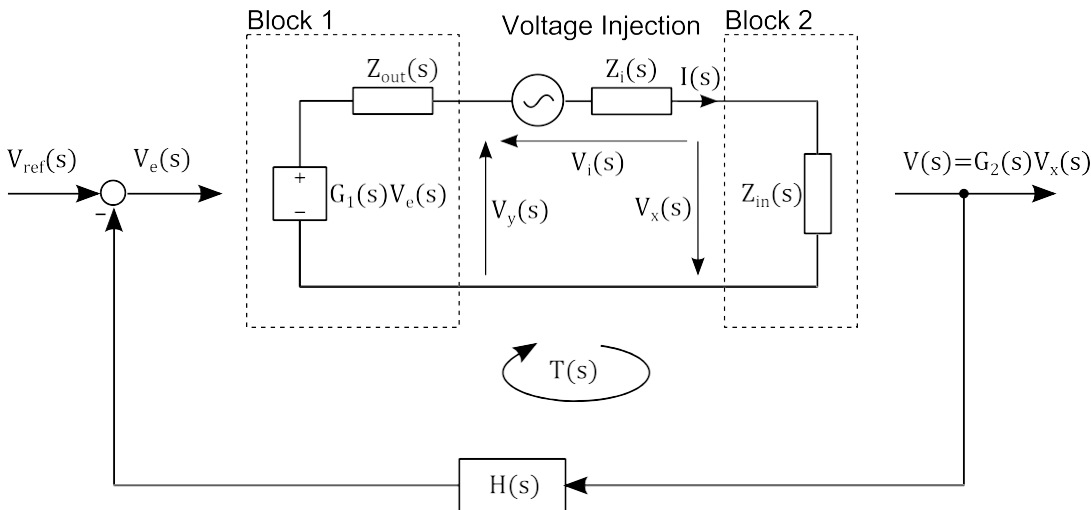
インジェクション・ポイント A をより詳しく見てみましょう。この点では、2つのブロック  $B_1$  と  $B_2$  が電氣的に接続されています。このモデルを拡張すると、最初のブロックの出力は、出力インピーダンス  $Z_{out}$  を含む 従属電圧源  $G_1 V_e$  で表されます。一方、2番目のブロックの入力は、入力インピーダンス  $Z_{in}$  を用いてモデル化されます：



上記のモデルを用いると、第2ブロックの入力インピーダンス  $Z_{in}(s)$  が第1ブロックの出力に負荷を与えることがわかります。この  $Z_{in}$  と  $Z_{out}$  を含むモデルを考慮すると、システムの「実際の」ループゲイン  $T(s)$  は次式で計算できます：

$$T(s) = G_1(s) \frac{Z_{in}(s)}{Z_{out}(s) + Z_{in}(s)} G_2(s) H(s) \quad (1)$$

ここで電圧インジェクションは次の図に示すように、モデルに含まれます：



インジェクション源は、電圧源と直列インピーダンス  $Z_i(s)$  を用いてモデル化されます。

ループゲインを測定するために、ベクトルネットワークアナライザがシステムに接続され、次の量を測定します。

$$T_v(s) = \frac{V_y(s)}{V_x(s)}$$

システムのその他の入力(基準電圧および電源電圧)は、AC 変動を持たない一定値とみなします。

このモデルに従うと、誤差信号電圧は次式で与えられます：

$$V_e(s) = -H(s)G_2(s)V_x(s)$$

Block1からBlock2へ流れる電流を考慮すると、Block1の出力電圧は次式で表すことができます：

$$-V_y(s) = G_1(s)V_e(s) - I(s)Z_{out}(s)$$

これら 2つの式を組み合わせると、次のようになります：

$$V_y(s) = V_x(s)G_1(s)G_2(s)H(s) + I(s)Z_{out}(s) \quad (2)$$

電流  $I(s)$  は、次式で表すことができます：

$$I(s) = \frac{V_x(s)}{Z_{in}(s)}$$

したがって、式(2)は次のようになります：

$$V_y(s) = V_x(s)G_1(s)G_2(s)H(s) + V_x(s)\frac{Z_{out}(s)}{Z_{in}(s)}$$

よって、測定されるループゲインは次のようになります：

$$T_v(s) = \frac{V_y(s)}{V_x(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s) + \frac{Z_{out}(s)}{Z_{in}(s)}$$

実際のループゲイン  $T(s)$ を式 (1) に基づいて用いると、測定されたループゲイン  $T_v(s)$ は次のように表されます：

$$T_v(s) = T(s) \underbrace{\left(1 + \frac{Z_{out}(s)}{Z_{in}(s)}\right)}_{1^{st} \text{ term}} + \underbrace{\frac{Z_{out}(s)}{Z_{in}(s)}}_{2^{nd} \text{ term}}$$

この式の第1項は実際のループゲイン $T(s)$  に比例し、入力インピーダンスが次式の場合には、第1項は  $T(s)$ とほぼ等しくなります：

$$|Z_{in}(s)| \gg |Z_{out}(s)|$$

これは、電圧ループゲイン  $T_v(s)$ が  $T(s)$ に近似できるために満たすべき第1の条件です。

第2項は、電圧インジェクション法によって測定できる最小ループゲインを制限する要因となります。この項がループゲインに比べて十分小さい場合には無視できます。したがって、電圧ループゲイン  $T_v(s)$ を $T(s)$  に近似させるための第2の条件が得られます：

$$|T(s)| \gg \left| \frac{Z_{out}(s)}{Z_{in}(s)} \right|$$

注入抵抗(あるいは注入電圧)は、ブロック2がブロック1へ与える負荷に影響を及ぼします。しかし、条件1が満たされており、かつ試験信号が実際の信号に比べて十分小さい場合には、この影響は無視できます。

## 参考

Erickson, R. W., & Maksimovic, D. (2001). *Fundamentals of Power Electronics*. Springer.  
Middlebrook, R. (1975). Measurement of loop gain in feedback systems. 38.



OMICRON Lab は、電子工学分野に携わる 研究者、技術者、教育関係者といった専門家向けに、スマートな計測ソリューションを提供することに特化した OMICRON electronics の事業部門です。計測作業を簡素化することで、お客様が本来の業務により多くの時間を割けるよう支援しています。

OMICRON Lab は 2006 年に設立され、現在では 40か国以上のお客様に製品とサービスを提供しています。アメリカ、ヨーロッパ、東アジアに拠点を構え、さらに国際的な販売代理店ネットワークを通じて、迅速かつ卓越したカスタマーサポートを実現しています。

OMICRON Lab の製品は、市場において最適な価格対価比(コストパフォーマンス)で提供される高品質を特長としています。高い信頼性と使いやすさにより、トラブルのない運用を可能にします。また、顧客との密接な関係と 25年以上にわたる社内での専門技術の蓄積により、現場のニーズに即した革新的な製品開発を実現しています。

製造元  
OMICRON electronics GmbH  
販売元  
岩崎通信機株式会社

[info@omicron-lab.com](mailto:info@omicron-lab.com) • [www.omicron-lab.com](http://www.omicron-lab.com)

Smart Measurement Solutions®